

Modelación estocástica de asentamientos producidos por cargas cíclicas

Stochastic modelling of settlements induced by cyclic loading

Fecha de entrega : 10 de Diciembre 2009

Fecha de aceptación: 10 de Abril 2010

Torsten Wichtmann, Mauro Poblete y Andrzej Niemunis

Institute of Soil Mechanics and Rock Mechanics IBF, Karlsruhe Institute of Technology, Engler-Bunte-Ring 14 D-76131, Karlsruhe, Germany, torsten.wichtmann@kit.edu, mauro.poblete@ibf.uka.de, andrzej.niemunis@kit.edu

La relación entre los asentamientos diferenciales producidos bajo cargas cíclicas y estáticas en fundaciones superficiales ha sido motivo de numerosos análisis de elementos finitos. Estos muestran que los asentamientos cíclicos son tres veces mayores que los estáticos. Basándose en un modelo de acumulación de deformaciones se muestra que una estructura es más susceptible a los asentamientos producidos por cargas cíclicas que estáticas. Además esta relación puede ser mayor a tres, y depende de la amplitud de la carga cíclica aplicada. Se presenta una generación aleatoria de índices de vacíos en el subsuelo que soporta dos zapatas, las cuales son sometidas a cien mil ciclos de carga. Se concluye que los asentamientos cíclicos dependen significativamente de la tensión promedio aplicada. Por otro lado la variación de la amplitud de la tensión promedio resultó influir muy poco en los asentamientos cíclicos de las dos zapatas.

In shallow foundations the relation between differential settlements due to cyclic and static loading has been a source of several finite elements analyses. These analyses show that cyclic settlements are three times greater than static settlements. Based on a model of accumulation of deformations it is shown that a structure becomes more sensitive to settlements generated by cyclic loading than those generated by static loading. Moreover, this proportion can be higher than three and depends on the amplitude of the applied cyclic loading. A random generation of void ratios is presented for a subsoil on which two footings rest. These footings are loaded with hundred thousands cyclic loads. It is concluded that cyclic settlements depends strongly on the average stress applied. On the contrary, the variation of the average stress amplitude had practically little influence on the cyclic settlements of both footings.

Palabras clave: asentamientos cíclicos, índice de vacíos aleatorio, hipoplasticidad, fundaciones superficiales, método de elementos finitos

Keywords: cyclic settlements, random void ratio, hypoplasticity, shallow foundations, finite element method

Introducción

Los asentamientos diferenciales pueden provocar un aumento considerable de las fuerzas internas en una estructura lo que puede llegar a afectar su serviciabilidad llegando a condicionar el diseño. Los métodos usados tradicionalmente para la estimación de asentamientos, por ejemplo el de Meyerhof (1965), están basados en la teoría de la elasticidad y usan un módulo de rigidez obtenido principalmente mediante ensayos edométricos. El suelo responde elásticamente sólo en el caso de pequeñas deformaciones y las condiciones de deformación no son siempre axial-simétricas ni edométricas. Según Sievering (1979), la relación entre el asentamiento calculado y el medido s_{calc} / s_{med} es aproximadamente de un 50 %. Debido

a este problema los métodos empíricos han logrado desplazar a los teóricos en la determinación de los asentamientos. Estos métodos correlacionan los asentamientos con mediciones in situ. Dichas correlaciones están dadas por ensayos de penetración de cono (Schmertmann 1970), de penetración estandar (Alpan 1964; Schultze y Sherif 1973), de penetración de cono sísmico (Fioravante *et al.* 1968; Mayne 2000), o de placa de carga (Bond 1961).

A pesar de que la mayoría de las estructuras pueden tolerar los asentamientos uniformes, los asentamientos diferenciales son los que condicionan el diseño debido a que afectan principalmente la serviciabilidad de éstas y en casos extremos, pueden llegar a afectar la integridad de la misma. Los límites permisibles de asentamientos

diferenciales se expresan mediante la distorsión angular que, dependiendo de la estructura, puede variar entre 1/125 y 1/2000.

En general los depósitos de arena son mucho más heterogéneos que los depósitos de arcilla. Esto permite que se desarrollen mayores asentamientos diferenciales que en depósitos de arcilla (Maugeri *et al.* 1998). Sin embargo, en arenas no se producen asentamientos por *creep* o consolidación como en arcillas. Esto es favorable si se considera que los asentamientos medidos durante la construcción (producto de cargas estáticas principalmente), entregan una buena aproximación de cómo serán los asentamientos en la vida útil de la estructura. Además los problemas ocasionados por estos asentamientos aún están a tiempo de ser corregidos modificando y reforzando la estructura, o mediante mejoramientos del suelo.

Por otro lado, las cargas cíclicas producen asentamientos que afectan a la estructura una vez que ésta ya ha sido construida. Por lo tanto las reparaciones en las fundaciones de la estructura o mejoramiento del suelo resultan particularmente difíciles y caros. Además los asentamientos diferenciales producidos por carga cíclica pueden llegar a ser mayores a los desarrollados por cargas estáticas (Niemunis *et al.* 2005b).

Para el presente artículo se ha utilizado un par de zapatas superficiales cuadradas fundadas sobre arena. Se calculan los asentamientos diferenciales y totales producidos tanto por la carga monotónica como cíclica y se explica por qué una estructura sometida a carga cíclica es más sensible a la heterogeneidad del suelo que bajo cargas estáticas. Las diferencias en los asentamientos se investigan usando un subsuelo ficticio mediante una generación estocástica (correlacionada espacialmente) de la distribución del índice de vacíos. Se comparan los asentamientos diferenciales cuando la zapata es sometida a un gran número de ciclos ($N > 100.000$ con una amplitud de deformación relativamente pequeña $\epsilon^{\text{ampl}} < 10^{-3}$), con los correspondientes asentamientos diferenciales producidos por la carga estática. La predicción tanto de la carga estática como cíclica se calcula en condición de deformación plana usando el método de los elementos finitos y mediante los modelos constitutivos de Niemunis y Herle (1997) y Niemunis *et al.* (2004, 2005).

Distribución del índice de vacíos

Se sabe que las propiedades mecánicas de los depósitos naturales de suelos pueden variar considerablemente entre un lugar y otro. Debido a que esta variación no está exenta de ciertas tendencias, es que los suelos pueden estudiarse mediante sondeos. Sin embargo, qué propiedades estudiar, cuántos sondeos realizar son preguntas que permanecen abiertas. El presente artículo no pretende responder tales interrogantes sino que busca demostrar que para un suelo heterogéneo las cargas cíclicas aumentan la probabilidad de tener asentamientos diferenciales y que este aumento depende de la magnitud y amplitud de la sollicitación.

Los parámetros del suelo más importantes dependen del índice de vacíos e y del tensor de tensiones efectivas $\mathbf{T}$. A partir de ellos se determina la rigidez y la resistencia del suelo (dilatancia, ángulo de fricción máximo). En la siguiente sección se presentan los aspectos más relevantes de los modelos constitutivos usados, pero debido a su complejidad no serán explicados exhaustivamente. Se recomienda consultar las referencias que a continuación se indican. Para cargas estáticas se utiliza el modelo constitutivo hipoplástico con deformación intergranular de Niemunis y Herle (1997) y Niemunis (2003) y para carga cíclica el modelo explícito de Bochum (Niemunis *et al.* 2004; 2005), se recomienda también leer Poblete y Wichtmann (2008).

Desafortunadamente a menudo se conoce poco o nada de la distribución espacial del índice de vacíos, por lo menos en la dirección horizontal ya que verticalmente se podría inferir que el índice de vacíos por lo general disminuye con la profundidad. Es por ello que el estudio realizado se reduce a generar una malla estocástica que entrega la variación del índice de vacíos. Esto producirá una fluctuación de la resistencia y rigidez del suelo y eventualmente una variación en la tensión.

La distribución del índice de vacíos sobre un determinado volumen de suelo es modelada mediante campos aleatorios discretizados con la malla de elementos finitos. Para generar un campo aleatorio es necesario estimar valores característicos, por ejemplo: promedio, varianza y correlación espacial. Primero examinemos el índice de vacíos e en un determinado punto $\mathbf{x}$ en el espacio. Para el suelo ficticio que se ha considerado se asume $\bar{e} = 0,685$

y la función de densidad de probabilidad (FDP) se escoge constante e igual a $1/0,17$ sobre el rango de e desde 0,60 hasta 0,77. No se utiliza una distribución normal de Gauss debido a que índices de vacíos extremadamente pequeños o muy grandes podrían causar problemas con el modelo constitutivo, además, valores negativos del índice de vacíos son físicamente imposibles.

Supongamos que se tiene una muestra estadística de n mediciones de e tomado en varias ubicaciones x_i con $i=1, \dots, n$, y que el índice de vacíos en el punto x_i está relacionado con el del punto x_j . Para todos los m pares (i,j) de puntos x_i, x_j de la muestra dada (grupo de n mediciones), dispuestas a una determinada distancia d podemos cuantificar la diferencia de índice de vacíos. En la muestra de índices de vacíos sobre una determinada área se pueden distinguir la media $\bar{e}(\mathbf{x})$ (valor medio, estimado frecuentemente por regresión lineal) y la dispersión $\tilde{e}(\mathbf{x})$:

$$e(\mathbf{x}) = \bar{e}(\mathbf{x}) + \tilde{e}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

Para simplificar el problema se asume que el índice de vacíos no disminuye con la profundidad esto significa que el promedio se mantiene igual a la media $\bar{e} = 0,685$.

El cálculo con elementos finitos se realiza utilizando una malla de cuadriláteros con un punto de integración de Gauss por elemento. Se discretiza el campo aleatorio de índices de vacíos utilizando los n puntos de integración de Gauss de la malla. La siguiente función de autocorrelación describe la variación del campo mediante una matriz de $n \times n$:

$$\text{con} \quad C_{ij} = \sigma^2 \exp \left(-\frac{d_{ij}}{\theta} \right) \quad (2)$$

$$d_{ij} = \| \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j \| \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{3}} (e_{max} - e_{min}) \quad (4)$$

dónde $e_{max} = 0,77$, $e_{min} = 0,60$, σ es la desviación estándar y d_{ij} es una matriz de distancias entre la posición x_i y x_j . Para los cálculos se utiliza una malla de 1298 elementos con la que se obtiene una matriz de covarianza real y simétrica (1298x1298). Esta matriz $\mathbf{C}$ se transforma en una matriz diagonal:

$$\mathbf{C} = \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Phi}^T \quad (5)$$

con los valores propios en el vector $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ y los correspondientes vectores propios ortonormalizados en una matriz de columnas $\mathbf{\Phi} = \{\Phi_1, \dots, \Phi_n\}$. El campo $\tilde{e}(\mathbf{x})$ se genera mediante:

$$\tilde{e}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n r_i^{[-1,1]} \frac{1}{2} \sqrt{\lambda_i} \Phi_i \quad (6)$$

dónde $r_i^{[-1,1]}$ es un valor aleatorio con una variación uniforme (FDP constante), en el rango $[-1, 1]$. Un ejemplo de distribución estocástica para la malla de elementos finitos propuesta se puede observar en la Figura 1. Los colores oscuros representan valores bajos de e y los más claros valores altos. Se generaron 24 campos aleatorios distintos, aunque a simple vista resultan muy similares.

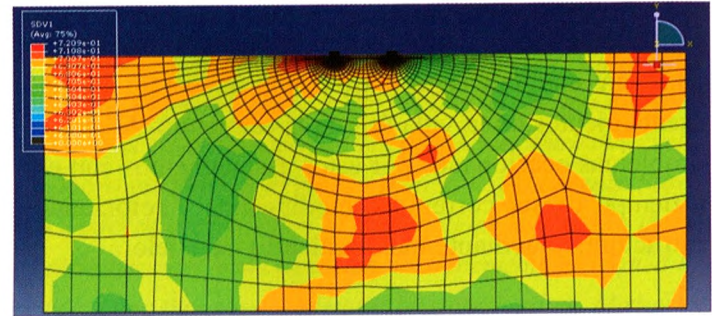


Figura 1: Distribución estocástica del índice de vacíos

Modelo monotónico y cíclico para suelos

Para los asentamientos producidos por cargas estáticas se utiliza el modelo constitutivo hipoplástico que comenzó su desarrollo en Karlsruhe a fines de los años setenta (Kolymbas 1978; Gudehus 1996; Wolffersdorff 1996). Se utiliza la versión más reciente del modelo hipoplástico (Niemunis 2003) dónde la razón de tensión de Jaumann $\dot{\mathbf{T}}$ predicha por el modelo hipoplástico se puede escribir de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{T}} = f_b f_e \hat{E} (\mathbf{D} - f_d \hat{\mathbf{m}} Y \|\mathbf{D}\|) \quad (7)$$

aquí la rigidez $\hat{E}$, la dirección de flujo $\hat{\mathbf{m}}$ (tensor unitario) y el desarrollo de no linealidad $0 < Y < 1$ son función de la tensión de oblicuidad $\hat{\mathbf{T}}$. El escalar f_b es el factor barotrópico que describe el aumento de la rigidez con la tensión media $p = -tr \mathbf{T}/3$, la función de picnotropía que describe la disminución de la rigidez con el índice de vacíos e y f_d controla el ángulo de fricción máximo que depende de p y e . El concepto de estado crítico es desarrollado en la función f_d .

Para implementar el aumento de rigidez cuando se ingresa en el rango de “pequeñas deformaciones”, se ha extendido el modelo hipoplástico expresado en (7) añadiendo una variable tensorial denominada deformación intergranular que memoriza la dirección de las deformaciones en la historia reciente de deformación del material (ver Niemunis

y Herle 1997). Lo anterior es de importancia para la estimación de asentamientos debido a carga cíclica con un número limitado de ciclos. Esta extensión del modelo hipoplástico ha sido necesaria para mejorar los resultados en análisis para pequeñas deformaciones.

Para los asentamientos producidos por un gran número de ciclos se ha utilizado un modelo constitutivo explícito (Niemunis *et al.* 2004; 2005). Este modelo permite trabajar con un gran número de ciclos mediante la aplicación de grupos de ciclos (de amplitud constante), análogo a la aplicación de una carga de fatiga. La acumulación de tensión o deformación es simulada directamente y el número de ciclos es considerado como una variable del tipo temporal y el fenómeno acumulativo se expresa utilizando el formalismo viscoplastico en que la acumulación de deformación por cada ciclo D^{acc} es desarrollado como la razón viscosa:

$$D^{acc} = \hat{m} \left(\frac{\varepsilon^{ampl}}{\varepsilon_{ref}} \right) f_N f_Y f_p f_e f_\pi \quad (8)$$

La “dirección” de la acumulación de deformación se obtiene mediante la regla de flujo $\hat{m} = m(\hat{T})$. La intensidad de la acumulación es función de la amplitud de deformación ε^{ampl} , de la tensión promedio T (mediante f_Y y f_p), del índice de vacíos (mediante f_e), del número de ciclos f_N (efecto suelo estructura), de la forma (vía ε^{ampl}) y de la polarización de la amplitud (vía f_π).

Análisis numérico

Se investiga el problema de deformación plana para dos fundaciones superficiales de 1 m de ancho separadas a una distancia de 6 m entre centros y enterradas 0,5 m (Figura 2). Se asume que no hay efecto de interacción entre las zapatas. Para el cálculo por elementos finitos se utilizó el programa comercial ABAQUS. El material modelado corresponde a una arena fina sometida a una condición inicial geostática de tensiones. La Tabla 1 entrega las propiedades geotécnicas de esta arena.

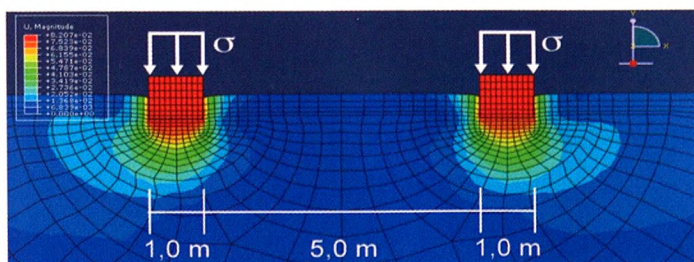


Figura 2: Malla de elementos finitos y fundaciones superficiales, se muestran desplazamientos verticales los cuales aumentan de rojo a azul.

Tabla 1: Propiedades de la arena fina utilizada en el modelo de elementos finitos

ϕ_c °	ρ_s g/cm^3	$\rho_{d,min}$ g/cm^3	$\rho_{d,max}$ g/cm^3
33,1	2,65	1,29	1,58

Utilizando el método descrito en la sección anterior se generaron 24 campos con una distribución estocástica del índice de vacíos (como el que se muestra en la Figura 1), induciendo la correspondiente fluctuación de tensiones iniciales en el modelo.

Se analizaron dos casos: en el primero se hizo variar la tensión promedio σ^{av} manteniendo constante la amplitud σ^{ampl} de la carga y en el segundo caso se varió la amplitud. En cada caso se midieron los asentamientos estáticos y cíclicos como se muestra en la Figura 3.

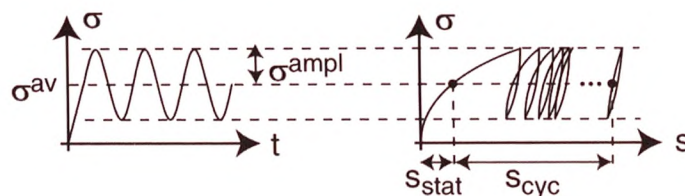


Figura 3: Carga promedio y cíclica, asentamiento estático S_{stat} y cíclico S_{cyc}

Para poder analizar los resultados se calcula el asentamiento diferencial de cada zapata como el promedio de los asentamientos medidos en sus extremos S_a y S_b (Figura 4), y el asentamiento medio $\bar{s}$ del par de zapatas como el promedio de los asentamientos diferenciales de cada una de ellas.

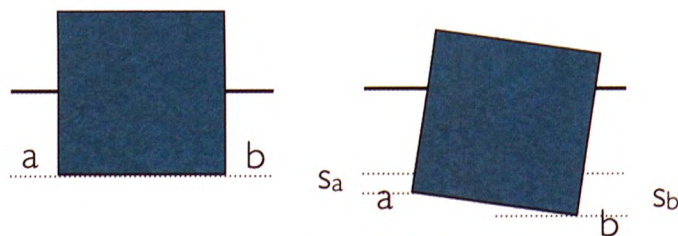


Figura 4: Asentamiento diferencial de una zapata aislada

La relación existente entre el asentamiento producido por la carga monotónica y cíclica se expresa mediante la relación entre sus respectivos asentamientos diferenciales totales Δs . Si además se parametriza con el asentamiento medio $\bar{s}$ se obtiene:

$$(\Delta s / \bar{s})_{cyc} = A (\Delta s / \bar{s})_{stat} \quad (9)$$

donde el factor A expresa la relación existente entre los casos estático y cíclico. Los resultados se presentan en las Figuras 5 y 6 donde el eje de las abscisas presenta los asentamientos luego de 100.000 ciclos de carga. Mediante líneas de tendencia se obtiene el factor A que representa al grupo de ensayos modelados para cada uno de los estados de carga.

El análisis muestra que existe una dependencia de la relación entre los asentamientos estáticos y cíclicos con la carga promedio σ^{av} . Se observa que a menor σ^{av} mayor es la diferencia entre los asentamientos cíclicos y estáticos, siendo los cíclicos hasta 4,5 veces mayores que los estáticos (Figura 5).

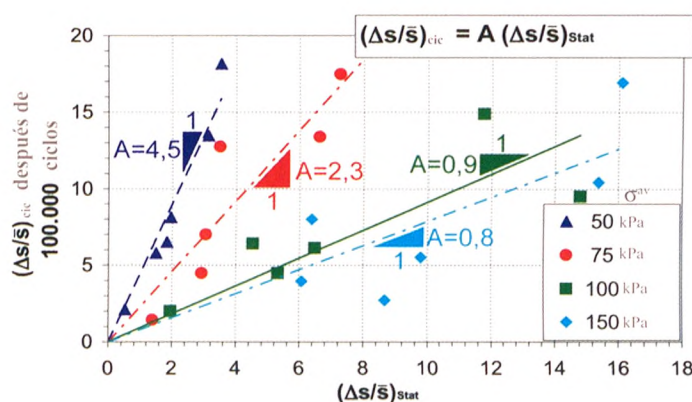


Figura 5: Variación de la tensión promedio para una amplitud σ^{ampl} constante de 50 kPa.

Al variar la amplitud σ^{ampl} no se observan grandes diferencias entre los asentamientos estáticos y cíclicos. En este caso el factor A se mantiene en torno a 1 como se observa en la Figura 6.

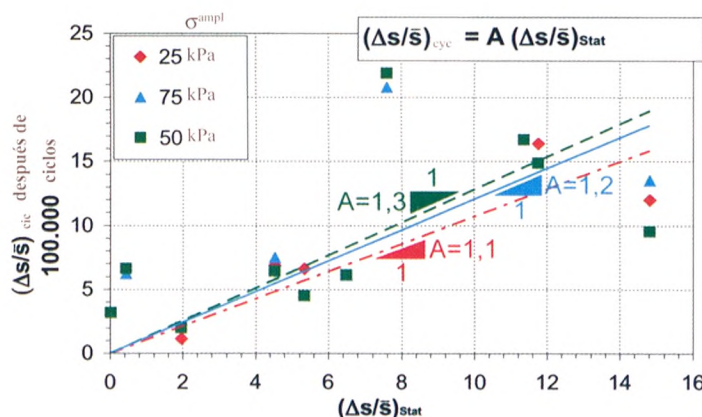


Figura 6: Variación de la amplitud σ^{ampl} para una tensión promedio constante de 100 kPa

Conclusión

Se realizó un análisis de asentamientos mediante elementos finitos sobre un subsuelo aleatorio (espacialmente correlacionado), al cual se aplicaron cargas monotónicas y cíclicas sobre dos zapatas.

Comparando los asentamientos diferenciales obtenidos bajo carga cíclica y monotónica se comprueba la susceptibilidad del suelo a las cargas cíclicas y su dependencia con la amplitud de la tensión aplicada. Al cabo de un gran número de ciclos ($N > 100.000$), se observa que los asentamientos diferenciales pueden llegar a ser 4,5 veces mayores bajo carga cíclica que bajo una sollicitación estática. Sin embargo, para obtener una predicción adecuada de los asentamientos al cabo de un gran número de ciclos es necesario contar tanto con un acabado programa de ensayos in situ como de modelos constitutivos sofisticados.

Se remarca la importancia de realizar un análisis con miles de sollicitaciones cíclicas a las que se verá sometida una estructura, sin olvidar las sollicitaciones permanentes que en el tiempo acumularán miles de ciclos. Estas últimas pueden llegar a producir asentamientos diferenciales mucho mayores que los obtenidos durante la etapa de construcción pudiendo acelerar el proceso de deterioro de la estructura.

Agradecimientos

El segundo autor expresa su particular agradecimiento para el DAAD (Servicio Alemán de Intercambio Académico) y CONICYT Chile, por el apoyo financiero prestado para su trabajo de investigación en Alemania. Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto de investigación "Geotechnical robustness and self-healing of foundations for offshore wind power plants".

Referencias

- Alpan, I. (1964). Estimating the settlements of foundations on sands. *Civil Engineering and Public Works Review*. 1415-1418
- Bond, D. (1961). The influence of foundation size on settlement. *Géotechnique* 11(02), 121- 143

Fioravante, V., Jamiolkowski, M., Lo Presti, D., Manfredini, G. and Pedroni, S. (1968). Assessment of the coefficient of the earth pressure at rest from shear wave velocity measurements, *Géotechnique* **5**, 657–666

Gudehus, G. (1996). A comprehensive constitutive equation for granular materials. *Soils and Foundations* **36**(1), 1–12

Kolymbas, D. (1978). Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden. PhD thesis, Institut für Boden-und Felsmechanik, Universität Karlsruhe. Heft 77

Maugeri, M., Castelli, F., Massimino, M. R. and Verona, G. (1998). Observed and computed settlements of two shallow foundations on sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering* **124** (7), 595–605

Mayne, P. (2000). Enhanced geotechnical site characterization by seismic piezocone penetration tests. Proc. Fourth International Geotechnical Conference, Cairo University, 95–120

Meyerhof, G. G. (1965). Shallow foundations. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division ASCE* **91** (SM2), 21–31

Niemunis, A., Wichtmann, T. and Triantafyllidis, T. (2005). A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics* **32**(4), 245–263

Niemunis, A., Wichtmann, T., Petryna, Y. and Triantafyllidis, T. (2005b). Stochastic modelling of settlements due to cyclic loading for soil-structure interaction. Proceedings of Session 14 on Structural Damage and Lifetime Assessment of the ICOSAR05 Conference in Rome

Niemunis, A., Wichtmann, T. and Triantafyllidis, T. (2004). Explicit accumulation model for cyclic loading. *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena*, International Conference in , Bochum, Balkema, 65–76.

Niemunis, A. (2003). Extended hypoplastic models for soils. PhD thesis, Ruhr-University Bochum, Heft 34

Niemunis, A. and Herle, I. (1997). Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials* **2**, 279–299

Pobleto, M. and Wichtmann, T. (2008). Accumulation of residual deformations due to cyclic loading with complicated strain loops. *Obras y Proyectos* **4**, 44-52

Schmertmann, J.H. (1970). Static cone to compute static settlement over sand. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division ASCE* **96**(SM3), 1011-1043

Schultze, E. & Sherif, G. (1973). Prediction of settlements from evaluated settlement observation for sand. In Proc. 8th Int. Conf. on Soil Mech. & Found. Engrg., Vol. 1(3), 225–230

Sievering, W. (1979). Die Zuverlässigkeit von Setzungsberechnungen, PhD thesis, TH Aachen

Wolffersdorff, P.-A. v. (1996). A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* **1**, 251–271



UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION



Laboratorio de GeoMateriales

La asesoría que necesita para sus proyectos

Trabajos de laboratorio y en terreno

Mecánica de suelo

Exploración

Clasificación y propiedades índices

Resistencia al corte, triaxial, corte directo, veleta

Permeabilidad, compactación, consolidación

Proyectos geotécnicos

Tecnología del hormigón

- Control de calidad

- Extracción de testigos

Inspección técnica

Investigación

El Laboratorio de GeoMateriales
es parte de la facultad de Ingeniería
de la Universidad Católica de la
Santísima Concepción



Laboratorio de GeoMateriales UCSC

Campus de Ribera 2850 campus San Andrés Concepción / Fonos: 56 41 2735566 - 56 41 2735047 - 56 41 2735303 - Fax: 56 41 2735300 lgm@ucsc.cl