

Análisis del Modelo Higrotérmico de Oberbeck para Hormigón.

Cicchellero, V.¹; Fleming, W.; Kuhl, D. & Meschke, G.²

¹vcicchel@frsf.utn.edu.ar, ²guenther.meschke@sd.rub.de Ruhr Universität Bochum, Germany.

Resumen

Este trabajo, tiene como principal objetivo, realizar un análisis del modelo higrotérmico propuesto por Oberbeck [16], enfocándose principalmente en la dependencia del mismo respecto a la función de almacenamiento de humedad, de modo de hallar la más conveniente en lo que refiere a la generalidad de los resultados en los rangos normales de temperatura y humedad relativa. Para ello se exponen los resultados de los ensayos realizados por Hundt [7,8]. Además se estudia un modelo simplificado, propuesto en [19], que permite resolver algunos problemas numéricos que se presentan en ciertos rangos de temperatura y humedad.

Palabras Claves: higrotérmico, hormigón, humedad, temperatura, Oberbeck, Hundt.

1. Introducción

Bajo el concepto de durabilidad de las estructuras de hormigón armado, se entiende, la capacidad de las mismas de soportar las agresiones físicas y/o químicas a que puedan estar sometidas durante su vida útil.

Los mecanismos de deterioro más frecuentes en las estructuras de hormigón armado, vienen acompañados por un alto contenido de humedad. Entre los mecanismos más comunes deben destacarse dos grupos, los que afectan directamente a la masa de hormigón, y los que posibilitan la corrosión del acero de refuerzo. En el primero podemos nombrar el ya conocido efecto de los sulfatos, mientras que los dominantes del segundo son la presencia de cloruros y el proceso de carbonatación. Por tratarse de procesos químicos, dependen estrechamente de las condiciones de temperatura y humedad en la que se encuentre la estructura, ya sea para su ingreso y transporte dentro de la masa del hormigón como para la velocidad de sus reacciones. Por este motivo, es necesario contar con un modelo que permita la descripción del problema acoplado de almacenaje y transporte de calor y humedad dentro del hormigón.

Muchos modelos han sido desarrollados para intentar describir este fenómeno. En el presente trabajo se analizará un modelo basado en el propuesto por Oberbeck [16]. El principal objetivo es comparar la dependencia de los resultados, en función de distintas "funciones de

almacenamiento de humedad". Especialmente con la meta de destacar la "función de almacenamiento de humedad" (FAH) que mejor comportamiento demuestre respecto a exactitud de los resultados, tiempo de cálculo, generalidad de los resultados en los intervalos habituales de temperatura y humedad relativa (HR), así como también su posterior adaptación a un modelo extendido que incluya a su vez el ingreso, almacenaje y transporte de sustancias nocivas en la estructura de hormigón.

2. Descripción del Problema

El hormigón como medio poroso, posibilita el transporte y almacenamiento de humedad en su interior. Este fenómeno esta fuertemente ligado tanto a las condiciones de temperatura y humedad del medio que lo rodea, como a su estructura de poros. Es decir que cambios en las condiciones exteriores, ocasionan variaciones de temperatura en la masa de hormigón, como así también movimiento de humedad dentro de la misma, dichas variaciones tendrán lugar hasta que se consiga una situación de equilibrio entre la estructura y el medio. Tanto el estado higrotérmico del hormigón como su estructura de poros, dan lugar a distintos mecanismos de transporte y almacenamiento. La descripción exacta de estos fenómenos se vuelve dificultosa, debido a que los factores que los influyen poseen una gran dependencia tanto geométrica como temporal. A pesar de esto, se puede realizar un análisis fenomenológico con suficiente exactitud desde el punto de vista macroscópico.

$$\mathbf{r}_{ext(v^e)}^{(B)e} = \begin{bmatrix} \bar{q}_T^{n(e1)} - \alpha_c^T (T^{e1} - \bar{T}_\infty^{e1}) - \sigma \varepsilon (T^{4(e1)} - \bar{T}_\infty^{4(e1)}) \\ \bar{q}_H^{n(e1)} - \alpha_c^H (H^{e1} - \bar{H}_\infty^{e1}) \\ \alpha_c^T (T^{e2} - \bar{T}_\infty^{e2}) + \sigma \varepsilon (T^{4(e2)} - \bar{T}_\infty^{4(e2)}) - \bar{q}_T^{n(e2)} \\ \alpha_c^H (H^{e2} - \bar{H}_\infty^{e2}) - \bar{q}_H^{n(e2)} \end{bmatrix} A \quad (12)$$

$$\mathbf{v} = \bigcup_{e=1}^{NE} \mathbf{v}^e \quad \text{con} \quad \mathbf{v}^e = [T^{e1} \ H^{e1} \ T^{e2} \ H^{e2}]^T \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \bigcup_{e=1}^{NE} \dot{\mathbf{v}}^e \quad \text{con} \quad \dot{\mathbf{v}}^e = [\dot{T}^{e1} \ \dot{H}^{e1} \ \dot{T}^{e2} \ \dot{H}^{e2}]^T$$

Donde NE es el número de elementos, NN el número de nodos y A el área transversal del elemento, la cual se asume constante.

3.3. Desarrollo en serie de Taylor

Para la resolver la ecuación (8), se utiliza el método de Newton-Raphson. Mediante el desarrollo en serie de Taylor de dicha ecuación y considerando solo el término lineal obtenemos:

$$\Delta \delta W_{n+1} = \delta W_n + \Delta \delta W_n \quad (14)$$

Donde $\Delta \delta W$, se obtiene por medio de la regla de la cadena como:

$$\Delta \delta W_{(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})} = \frac{\partial \delta W_{(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}}{\partial \dot{\mathbf{v}}} \Delta \dot{\mathbf{v}} + \frac{\partial \delta W_{(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v} \quad (15)$$

Realizando las derivadas, llegamos a la siguiente ecuación semidiscreta:

$$\mathbf{r}_{int(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})} - \mathbf{r}_{ext(\mathbf{v})} + \mathbf{D}_{T(\mathbf{v})} \Delta \dot{\mathbf{v}} + (\mathbf{K}_{T(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}^{int} - \mathbf{K}_{T(\mathbf{v})}^{ext}) \Delta \mathbf{v} = 0 \quad (16)$$

A partir de la cual se definen, la matriz tangencial de almacenamiento $\mathbf{D}_T$ y la matriz tangencial de transporte $\mathbf{K}_T$, dadas por:

$$\mathbf{D}_{T(\mathbf{v})} = \frac{\partial \mathbf{r}_{int(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}}{\partial \dot{\mathbf{v}}} \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_{T(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})} = \mathbf{K}_{T(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}^{int} - \mathbf{K}_{T(\mathbf{v})}^{ext} = \frac{\partial \mathbf{r}_{int(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}}{\partial \mathbf{v}} - \frac{\partial \mathbf{r}_{ext(\mathbf{v})}}{\partial \mathbf{v}}$$

Donde:

$$\mathbf{D}_{T(\mathbf{v})} = \bigcup_{e=1}^{NE} \mathbf{d}_{T(v^e)}^e \quad \text{con} \quad \mathbf{d}_{T(v^e)}^e = \int_{x^{e1}}^{x^{e2}} \mathbf{N}^T \mathbf{C}_{(v)} \mathbf{N} A dx$$

$$\mathbf{K}_{T(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}^{int} = \bigcup_{e=1}^{NE} \mathbf{k}_{T(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}^{int(e)} \quad \text{con}$$

$$\mathbf{k}_{T(\dot{\mathbf{v}}, \mathbf{v})}^{int(e)} = \int_{x^{e1}}^{x^{e2}} \mathbf{N}^T \left[\frac{\partial \mathbf{C}_{(v)}}{\partial T} \dot{\mathbf{v}} \left| \frac{\partial \mathbf{C}_{(v)}}{\partial H} \dot{\mathbf{v}} \right. \right] \mathbf{N} A dx + \dots \quad (18)$$

$$+ \int_{x^{e1}}^{x^{e2}} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}_{(v)} \mathbf{B} A dx + \int_{x^{e1}}^{x^{e2}} \mathbf{B}^T \left[\frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_{(v)}}{\partial T} \nabla \mathbf{v} \left| \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}_{(v)}}{\partial H} \nabla \mathbf{v} \right. \right] \mathbf{N} A dx$$

$$\mathbf{K}_{T(\mathbf{v})}^{ext} = \bigcup_{e=1}^{NE} \mathbf{k}_{T(v^e)}^{ext(e)} \quad \text{con} \quad \mathbf{k}_{T(v^e)}^{ext(e)} = \frac{\partial \mathbf{r}_{ext(v^e)}^{(B)e}}{\partial \mathbf{v}^e}$$

3.4. Discretización temporal

La ecuación (16) es resuelta según el esquema de integración de Jansen et al. [9]. El método general de integración numérica de este tipo de problema, puede ser descrito, mediante la división del intervalo de tiempo analizado $t \in [t_0, T]$, en subintervalos de tiempo $[t_n, t_{n+1}]$.

$$[t_0, T] = \bigcup_{n=0}^{NT} [t_n, t_{n+1}], \Delta t = t_{n+1} - t_n \quad (19)$$

Así suponiendo conocidos los valores de $\mathbf{v}_n$ y $\dot{\mathbf{v}}_n$ ($\mathbf{v}_0$ es conocido y $\dot{\mathbf{v}}_0$ se calcula a partir de (8)), el problema consiste en calcular $\mathbf{v}_{n+1}$ y $\dot{\mathbf{v}}_{n+1}$. Para ello la ecuación (8) es analizada en un punto intermedio, siendo su expresión la siguiente:

$$\mathbf{r}_{int}(\dot{\mathbf{v}}_{n+1-\alpha}, \mathbf{v}_{n+1-\alpha}) = \mathbf{r}_{ext}(\mathbf{v}_{n+1-\alpha}) \quad (20)$$

Utilizando la aproximación de Newmark en función del parámetro γ , es posible escribir $\dot{\mathbf{v}}_{n+1}$ en función de $\mathbf{v}_{n+1}$ en la forma:

$$\dot{\mathbf{v}}_{n+1} = \frac{1}{\gamma \Delta t} [\mathbf{v}_{n+1} - \mathbf{v}_n] - \frac{1-\gamma}{\gamma} \dot{\mathbf{v}}_n \quad (21)$$

Teniendo en cuenta además aproximaciones lineales para el punto intermedio, según [9]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{v}}_{n+1-\alpha} &= [1-\alpha]\dot{\mathbf{v}}_{n+1} + \alpha\dot{\mathbf{v}}_n \\ \mathbf{v}_{n+1-\alpha} &= [1-\alpha]\mathbf{v}_{n+1} + \alpha\mathbf{v}_n \\ \mathbf{r}_{n+1-\alpha} &= [1-\alpha]\mathbf{r}_{n+1} + \alpha\mathbf{r}_n\end{aligned}\quad (22)$$

y linealizando la ecuación (20), análogamente a lo realizado en el apartado 3.3, se obtiene la siguiente ecuación efectiva linealizada, que permite resolver el problema de manera iterativa:

$$\mathbf{K}_{Teff}\Delta\mathbf{v} = \mathbf{r}_{eff}, \quad \Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_{n+1}^{k+1} - \mathbf{v}_{n+1}^k \quad (23)$$

Donde el vector efectivo $\mathbf{r}_{eff}$ y la matriz tangencial efectiva $\mathbf{K}_{Teff}$ se definen como:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{eff} &= \mathbf{r}_{ext(n+1-\alpha)} - \mathbf{r}_{int(n+1-\alpha)} \\ \mathbf{K}_{Teff} &= \frac{1-\alpha}{\gamma\Delta t} \mathbf{D}_T + (1-\alpha)\mathbf{K}_T\end{aligned}\quad (24)$$

3.5. Adaptividad temporal

Se ha utilizado una discretización temporal adaptiva. El indicador de error utilizado se define como:

$$\mathbf{e}^{in} = \mathbf{v}_{n+1} - \mathbf{v}_{n+1}^{in} \quad (25)$$

Para obtener el segundo término de la derecha se realiza el desarrollo por serie de Taylor de $\mathbf{v}_{n+1}$.

$$\mathbf{v}_{n+1}^{in} = \mathbf{v}_n + \Delta t\dot{\mathbf{v}}_n + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{\mathbf{v}}_n + \frac{\Delta t^3}{6}\ddot{\mathbf{v}}_n + \frac{\Delta t^4}{24}\ddot{\mathbf{v}}_n \dots + O_{(\Delta t^k)} \quad (26)$$

De este modo si truncamos la expresión anterior en el término lineal y consideramos la expresión de la aproximación de Newmark, para $\mathbf{v}_{n+1}$, resulta que el indicador de error es:

$$\mathbf{e}^{in} = (\dot{\mathbf{v}}_{n+1} - \dot{\mathbf{v}}_n)\gamma\Delta t \quad (27)$$

De todas formas es posible utilizar indicadores de error de

mayor orden de exactitud, considerando términos de mayor orden en la ecuación (26). La tabla 1 [13], expone algunos de los más comunes.

De esta forma conseguimos determinar el indicador de error $\mathbf{e}^{in}$. Para normalizar este indicador, se define el error relativo η como:

$$\eta = \frac{\|\mathbf{e}^{in}\|}{\eta_{ref}} \quad (28)$$

En nuestro caso, se dividirá el error relativo en dos partes, dado que se trabaja con campos de magnitudes muy distintas, de esta forma, se define:

$$\eta = \frac{\mathbf{e}_T^{in}}{\eta_{ref}^T} + \frac{\mathbf{e}_H^{in}}{\eta_{ref}^H} \quad (29)$$

Donde:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_T^{ind} &= \|\dot{\mathbf{T}}_{n+1} - \dot{\mathbf{T}}_n\|\gamma\Delta t \\ \mathbf{e}_H^{ind} &= \|\dot{\mathbf{H}}_{n+1} - \dot{\mathbf{H}}_n\|\gamma\Delta t \\ \eta_{ref}^T &= \|\mathbf{T}_n\| \quad \wedge \quad \eta_{ref}^H = \|\mathbf{H}_n\|\end{aligned}\quad (30)$$

Siendo T_x y H_x los vectores que corresponden a las temperaturas y humedades calculadas para el tiempo T_n .

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_n &= [T_n^1 \ T_n^2 \dots T_n^{NN-1} \ T_n^{NN}]^T \\ \mathbf{H}_n &= [H_n^1 \ H_n^2 \dots H_n^{NN-1} \ H_n^{NN}]^T\end{aligned}\quad (31)$$

Análogamente se definen los vectores $\dot{\mathbf{T}}_i$ y $\dot{\mathbf{H}}_i$, para $i = n, n+1$.

Con esto se define la banda de error:

$$v_1\eta_e \leq \eta \leq v_2\eta_e \quad (32)$$

El intervalo de tiempo se corrige de la siguiente manera: Si η es menor que el límite inferior, se almacenan los datos de la iteración realizada y se procede a realizar la siguiente iteración con un intervalo de tiempo corregido (más grande). Si η está dentro de la banda de error, se almacenan los datos y se realiza la siguiente iteración con el mismo intervalo de tiempo. Finalmente si η es mayor que el límite

	Derivada $\ddot{v}$	Derivada $\dot{\ddot{v}}$	Indicador de error e^{in}
e^R	0	0	$\gamma [\dot{v}_{n+1} - \dot{v}_n] \Delta t$
e^{ZX}	$\frac{[\dot{v}_{n+1} - \dot{v}_n]}{\Delta t}$	0	$\frac{2\gamma - 1}{2} [\dot{v}_{n+1} - \dot{v}_n] \Delta t$
e^{RS}	$\frac{[\dot{v}_{n+1} - \dot{v}_n]}{2\Delta t}$	$\frac{[\dot{v}_{n+1} - 2\dot{v}_n + \dot{v}_{n-1}]}{\Delta t^2}$	$\left[\frac{12\gamma - 5}{12} \dot{v}_{n+1} + \frac{1 - 3\gamma}{3} \dot{v}_n - \frac{1}{12} \dot{v}_{n-1} \right] \Delta t$
e^{LZW}	$\frac{2[\dot{v}_{n+1} - \dot{v}_n]}{\Delta t} - \ddot{v}_n$	$\frac{[\ddot{v}_{n+1} - \ddot{v}_n]}{\Delta t}$	$\frac{3\gamma - 1}{3} [\dot{v}_{n+1} - \dot{v}_n] \Delta t - \frac{1}{6} \ddot{v}_n \Delta t^2$

Tabla 1: Estimadores de error habituales. Estimador de Rickelt (e^R), Zienkiewicz y Xie, Riccius (e^{ZX}) y Schweizerhof (e^{RS}) y Li et al. (e^{LZW}), ver referencias en [13].

superior, se repite la iteración (se desechan los valores de temperatura y humedad calculados), con un intervalo de tiempo corregido (más pequeño). La corrección del intervalo de tiempo utilizada fue:

$$\Delta t_{nuevo} = \Delta t_{antiguo} \sqrt[3]{\frac{\eta_e}{\eta}} \quad (33)$$

4. Función de almacenamiento

Como ya se ha dicho, el almacenamiento de humedad en el interior de un medio poroso, depende principalmente de las condiciones de temperatura y humedad relativa del entorno, de modo que para determinadas condiciones externas de humedad y temperatura, se establece un contenido de humedad de equilibrio, a partir del cual no se producirá ningún intercambio más de humedad entre el medio poroso y el entorno. La función de almacenamiento de humedad se divide en dos zonas, en las cuales actúan distintos mecanismos físicos de almacenamiento. La primera recibe el nombre de zona de adsorción, es válida hasta una humedad relativa de aproximadamente 50%, y esta representada, para una cierta temperatura, directamente por la isoterma de adsorción, la cual expresa el contenido de humedad de un material en función de la humedad relativa en los poros, puede ser determinada teóricamente mediante la teoría de BET [2], o bien experimentalmente mediante gravimetría [3]. La segunda zona se define como zona de condensación capilar, es válida estrictamente hasta aproximadamente un 95 % de HR, aunque a fines prácticos puede considerarse su validez hasta el punto de saturación libre (valor máximo de contenido de humedad del material alcanzado por succión, sin aplicar presión externa), y es representada por la curva de retención de humedad, la cual

expresa el contenido de humedad de un material en función de la presión capilar, puede ser medida experimentalmente mediante ensayos de succión [3]. Mediante la ecuación de Kelvin, es posible relacionar ambas curvas, para obtener la FAH de un material, en el rango completo de HR.

La función de almacenamiento de humedad caracteriza completamente las propiedades de almacenamiento de un medio poroso, por esta razón es decisiva para la descripción del transporte y almacenamiento de humedad en los mismos. En el modelo estudiado, existe una clara dependencia matemática de los términos c_i^j y λ_i^j , con respecto a la FAH y su derivada. Por esta razón se halló conveniente analizar la diferencia de resultados, utilizando diferentes FAH, propuestas por distintos autores. Vale destacar que se desprecia en todas estas la influencia de la temperatura [10], como así también la influencia del fenómeno de histéresis [12]. A continuación se hace una lista de las funciones analizadas, presentándose en el gráfico 1 todas las curvas analizadas.

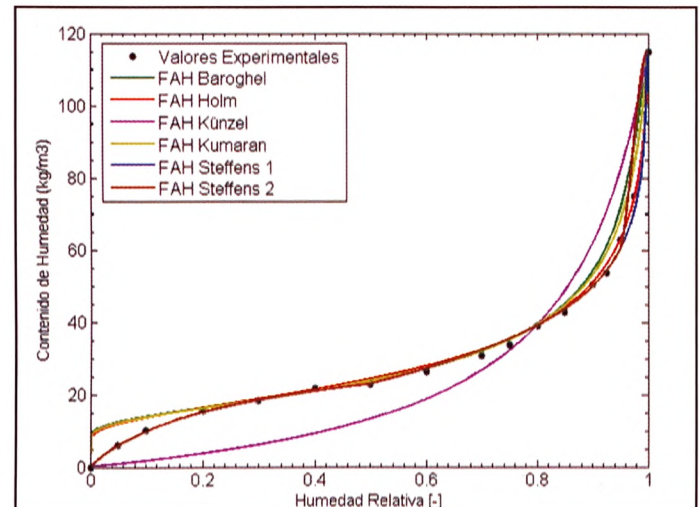


Gráfico 1. Funciones de Almacenamiento de Humedad.

4.1. FAH según Baroghel

Baroghel et al. [1] propone una curva empírica, basada en resultados experimentales y en la ley de Kelvin-Thompson, la cual depende de dos parámetros a y b , tabulados en [1] para distintos hormigones y pastas de cemento. En el presente estudio se consideró razonable, adaptar la función al hormigón utilizado, hallando los parámetros de modo que la curva satisfaga valores medidos experimentalmente de contenido de humedad para humedades relativas iguales a 30% y 80%. En rigor, no se está utilizando la función propuesta por Baroghel, sino una adaptación de esta al tipo hormigón considerado. La expresión para la FAH dada por Baroghel es:

$$w_{fB} = \left[(a \ln H)^{\frac{b}{b-1}} + 1 \right]^{-\frac{1}{b}} w_s \quad (34)$$

donde w_s es el contenido de humedad para la condición de saturación libre.

4.2. FAH según Holm

En [5], se propone una función empírica, que con ayuda de la ley de Kelvin-Thompson representa la FAH. Se determinan dos parámetros libres a y b , considerando que la curva debe satisfacer valores de contenido de humedad experimentalmente medidos para humedades relativas iguales a 80% y 95%. La expresión es la siguiente:

$$w_{fH} = \left[(\rho_w RT \ln H)^a + b \right]^{-1} b w_s \quad (35)$$

donde ρ_w y R son la densidad del agua y constante de los gases respectivamente.

4.3. FAH según Künzle

En [15], se propone una función de almacenamiento, basada solamente en un parámetro a , a determinar según los valores experimentales, para una humedad relativa de 80%, la expresión de Künzle es:

$$w_{fK} = \frac{(a-1)H}{(a-H)} w_s \quad (36)$$

4.4. FAH según Kumaran

Kumaran [14], propone una función empírica cuya expresión se da a continuación. Que posee tres constantes, las cuales toman distintos valores, según el proceso sea de adsorción o desorción. No obstante en este trabajo, se calculan solo dos parámetros libres, que se determinaron con valores experimentales de contenido de humedad, para humedades relativas iguales a 30 y 80%.

$$w_{fKU} = \left(I - \frac{\ln H}{a} \right)^{-\frac{1}{b}} w_s \quad (37)$$

4.5. FAH según Steffens

Steffens [17] propone una función de almacenamiento de humedad, basada en los fenómenos físicos que se producen en los distintos rangos de humedades relativas. En el rango comprendido entre 0 y 50% HR se produce una adherencia de moléculas de agua a la superficie de los poros a través de fuerzas de adsorción (fuerzas de Van-der-Waals), mediante la teoría de BET [2] se obtiene el contenido de agua en función de la humedad relativa en este intervalo. A partir de 50% HR toma importancia la ley termodinámica de Kelvin-Thompson de condensación capilar (válida estrictamente hasta 95% HR, pero con una buena aproximación en el intervalo entre 95 y 100% HR). Finalmente considera para este rango la relación propuesta por von Breugel [18]. De esta forma queda definida la función en todo el rango de HR (38). En las expresiones encontramos cuatro constantes, que se calculan con los valores experimentales de contenido de humedad correspondientes a HR 30%, 50% y 80%. En nuestro trabajo se ha modificado levemente la función de Steffens, debido a que cuando H tiende a 1, w_f tiende a infinito, lo cual acarrea problemas numéricos, al producirse una discontinuidad para HR igual a 100%. Se plantearon, para solucionar estos problemas, dos alternativas, la primera consiste en considerar la expresión de Steffens hasta un

valor de humedad relativa H_m tal que $w_f(H_m) = w_s$, a partir del cual se considera w_f constante e igual a w_s . Esta FAH se denomina Steffens 1.

$$w_{fS} = \begin{cases} \frac{\rho_w f_m c (H + 2H^2)}{1 + c (H + H^2)} & H \leq 0.5 \\ \rho_w a n \ln \left(\frac{-4\omega}{\rho_w R T \ln H} \right) + \rho_w b & 0.5 \leq H < 1 \\ w_s & H = 1 \end{cases} \quad (38)$$

La segunda FAH basada en la propuesta por Steffens, se consigue utilizando una función de tercer grado como empalme entre los valores correspondientes a 95 y 100% HR. Esta se determina, imponiendo continuidad C^1 para $H=0.95$, que la función de empalme para $H=1$, sea igual al valor de saturación libre w_s y que su derivada en dicho punto sea nula. Se denomina Steffens 2.

5. Comparación de Resultados

Para el análisis de los resultados con las diferentes funciones de almacenamiento de humedad, se calculó el ensayo realizado por Hundt [7, 8]. El mismo se trata de una viga de hormigón, cuyos lados longitudinales se encuentran aislados térmica e hidrófugamente. En el extremo izquierdo de la viga se halla una placa de acero que se mantiene a una temperatura constante de 80°C , mientras que el extremo derecho se encuentra expuesto a una temperatura ambiente igual a 20°C . En el gráfico (2) se muestran las dimensiones de la viga de hormigón, junto con las condiciones de borde e iniciales. Las características del hormigón utilizado para el ensayo, pueden ser extraídas de [7, 8]. Mientras que todos los parámetros del modelo se remiten a [17].

Para la malla de elementos finitos se utilizaron un total de 124 elementos. En el extremo izquierdo, 20 elementos de longitud 1 [cm], en el centro 16 elementos de longitud 5 [cm] y en el extremo derecho 50 elementos de longitud 0.5 [cm], realizando un empalme entre los extremos y el centro de manera gradual, en cuanto a la longitud de los elementos

se refiere. En relación a la integración temporal, se utilizaron $\alpha=0$ y $\gamma=0.5$, mientras que para la adaptividad temporal se definió la banda de error mediante $v_1=0.8$, $v_2=1.2$ y $\eta_e=10^{-4}$.

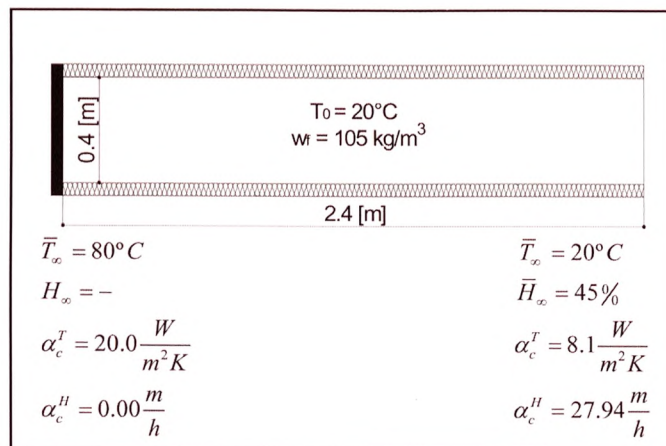


Gráfico 2. Viga de hormigón analizada.

En las tablas 2 y 3, se presentan los parámetros libres determinados para cada FAH.

	Baroghel	Holm	Künzel	Kumaran
a	-47,9700	0.5771	1,1472	0,0247
b	3,2176	10651,4418	-	2,1309

Tabla 2. Parámetros de FAH.

	$\rho_w f_m$	$\rho_w fan$	$\rho_w b$	c
Steffens	20,2558	14,2929	302,8556	7,224

Tabla 3. Parámetros de FAH.

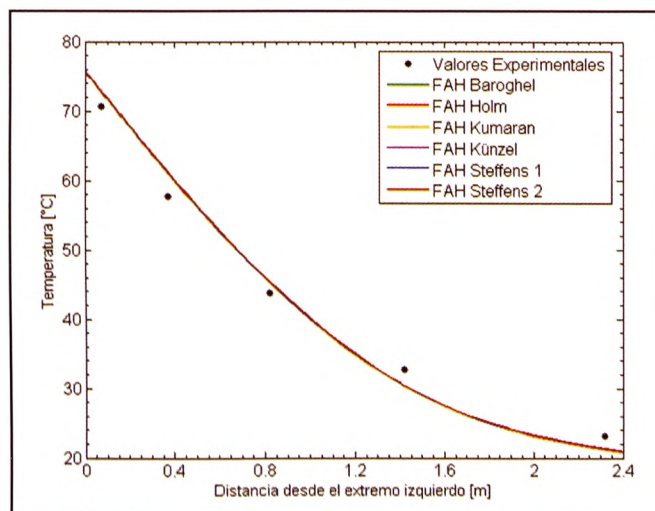


Gráfico 3. Distribución de Temperaturas a 7 días.

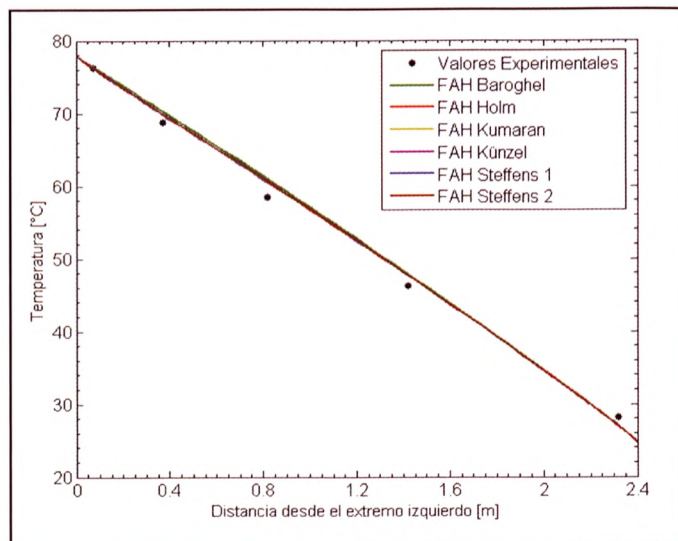


Gráfico 4: Distribución de Temperaturas a 339 días.

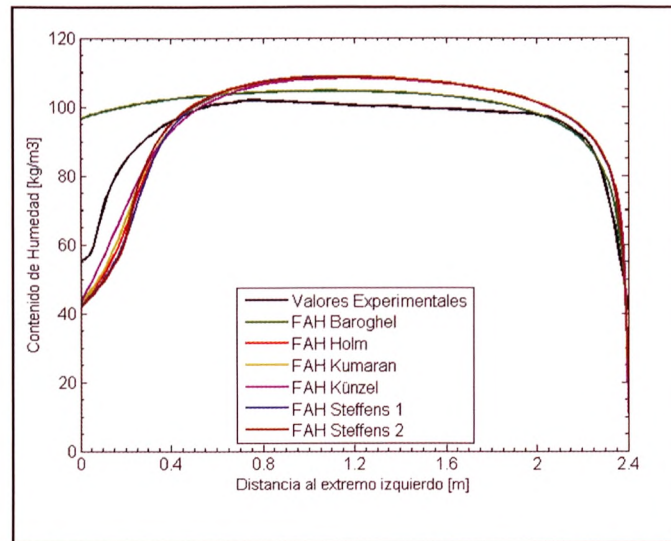


Gráfico 6: Distribución del Contenido de Humedad a 800 días.

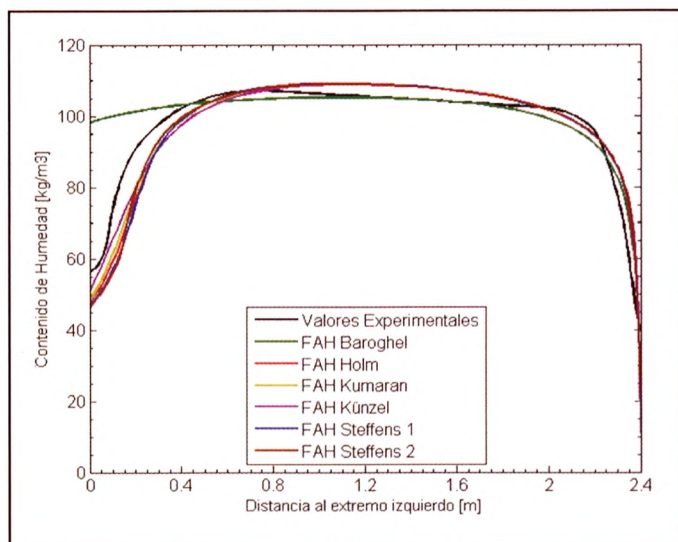


Gráfico 5: Distribución del Contenido de Humedad a 550 días.

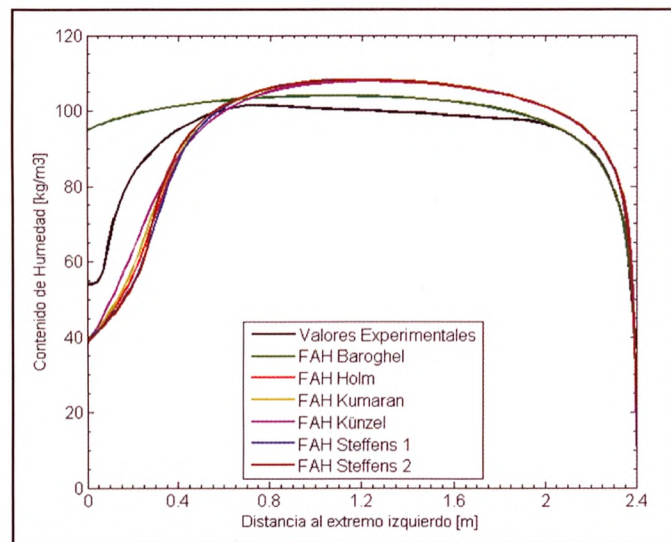


Gráfico 7: Distribución del Contenido de Humedad a 1029 días.

Se han calculado con las distintas FAH los campos de temperatura y contenido de humedad dentro de la viga, en función de la posición y del tiempo. Para comparar los resultados con los resultados experimentales, se exponen las temperaturas obtenidas para tiempos iguales a: 7 y 339 días. Y los contenidos de humedad para tiempos iguales a: 550, 800 y 1029 días. En los gráficos se exponen igualmente los valores registrados por Hundt [7, 8] en sus ensayos.

En los gráficos (3) y (4), se observa, como era de esperar, que la elección de la FAH tiene una influencia mínima en el cálculo de las temperaturas y que, independiente de la FAH considerada, los cálculos muestran una buena concordancia con los resultados experimentales obtenidos

en [7, 8]. Además es importante destacar que el comportamiento en el tiempo de dicha variable, es satisfactorio, ya que al llegar rápidamente a un estado casi estacionario, la variable deja de mostrar cambios temporales manteniéndose prácticamente constante. Lo cual representa exactamente lo que ocurre en la realidad.

Con respecto a los resultados obtenidos para los contenidos de humedad, se debe destacar, que la variable que se calcula, es la humedad relativa dentro de los poros H , de la cual depende el contenido de humedad w_f a través de la FAH, aquí se exponen directamente los valores de los contenidos de humedad w_f , pero es importante decir, que aunque no existan grandes diferencias entre los valores numéricos

obtenidos para H , en el postcálculo, se pueden ver grandes diferencias entre los valores de w_f , debido a las características intrínsecas de cada FAH. Principalmente estos problemas se incrementan, en rangos de humedades mayores a 90% HR, donde las diferencias entre las FAH toman mayor importancia (gráfico 1), debido a que para pequeños incrementos de H , existen grandes diferencias de w_f .

En los gráficos (5), (6) y (7), se observan los resultados obtenidos con las distintas FAH en comparación con los experimentales. A excepción de los resultados obtenidos con la FAH dada por [1], el resto muestra un comportamiento sin diferencias significativas. Si bien los resultados obtenidos para los contenidos de humedad H , no presentan el mismo grado de concordancia con respecto a los resultados experimentales, que el conseguido para las temperaturas T , se considera que para fines prácticos, estos son satisfactorios.

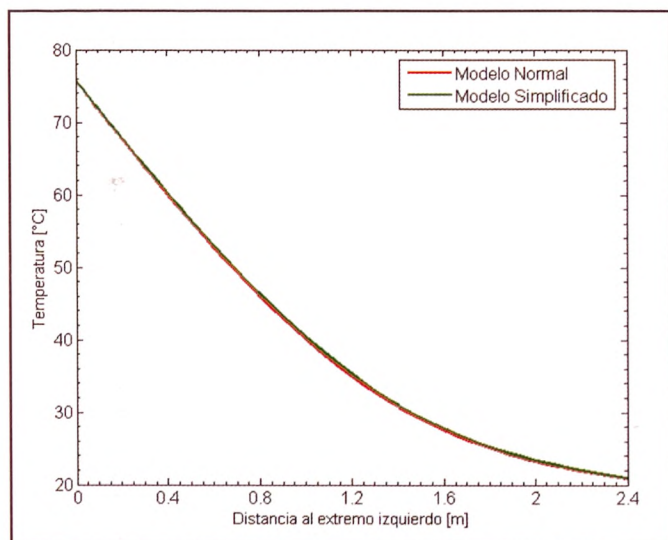


Gráfico 8. Distribución de Temperaturas a 7 días.

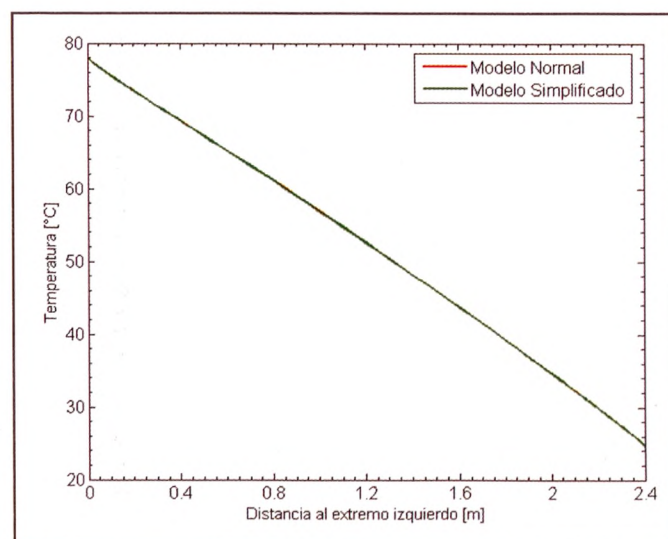


Gráfico 9. Distribución de Temperaturas a 339 días.

6. Modelo Simplificado

Dada la complejidad del problema analizado, se exponen en la literatura diversos modelos simplificados. En este estudio, se analiza el propuesto en [19], el cual presenta la ventaja de desprestigiar términos de las expresiones de los coeficientes c_i^j , los cuales dependen principalmente de la derivada de la FAH. La cual presenta el inconveniente de ser discontinua para una humedad relativa igual a 100%. Lo cual en ciertos casos ha provocado problemas de convergencia.

Para comprobar la eficiencia de este modelo simplificado, se ha calculado el mismo ejemplo antes expuesto con ambos modelos. La FAH elegida es la que denominamos "Steffens 2", y los parámetros de la misma, los correspondientes a la

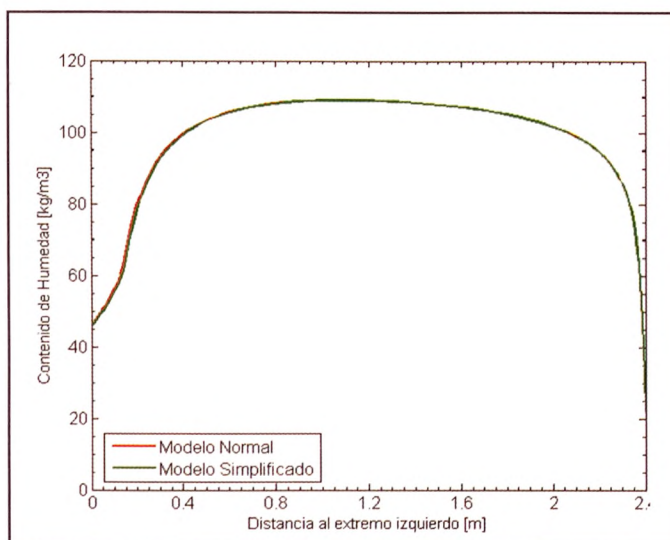


Gráfico 10. Distribución del Contenido de Humedad a 550 días.

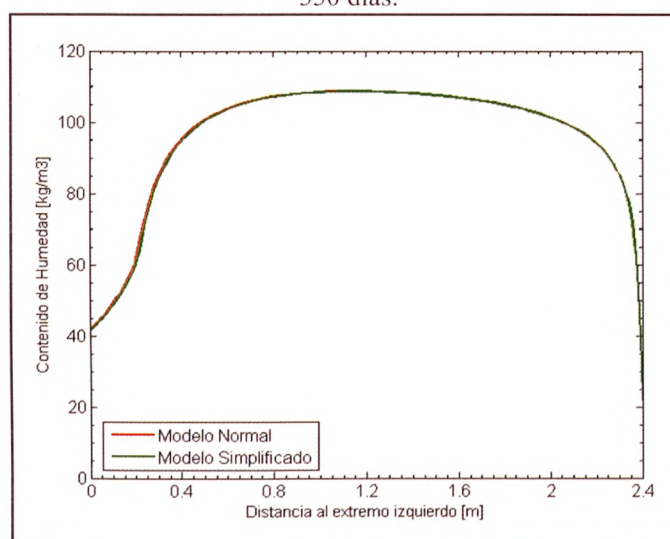


Gráfico 11: Distribución del Contenido de Humedad a 800 días.

Tabla 3. En los gráficos siguientes se presentan las temperaturas y contenidos de humedad obtenidos para los mismos tiempos expuestos anteriormente:

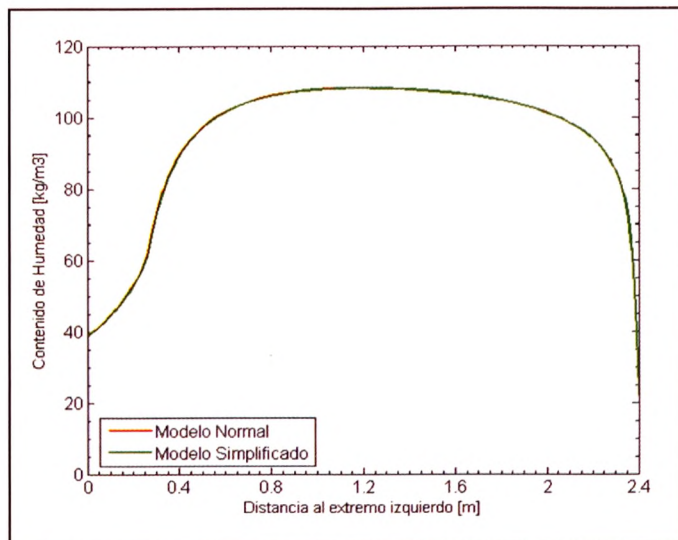


Gráfico 12: Distribución del Contenido de Humedad a 1029 días.

En los gráficos (8) a (12), se observa que tanto para el campo de temperaturas, como para el de contenidos de humedad, los resultados obtenidos, por medio del modelo completo y por el modelo simplificado, coinciden casi de manera exacta.

7. Conclusión

Del análisis realizado se desprende, que el modelo analizado presenta en términos generales, una buena concordancia con respecto a los resultados experimentales dados en [7, 8].

En lo que refiere a las FAH analizadas, se concluye que en el ejemplo estudiado no se destacan diferencias en el caso de la temperatura, y en el caso del contenido de humedad, estas son desde el punto de vista práctico aceptables. Teniendo en cuenta, los fundamentos teóricos de las funciones analizadas, se destaca la función propuesta por Steffens [17]. Comparando el modelo original con el simplificado, podemos decir, que el desempeño de este último es mejor desde el punto de vista numérico, ya que se acelera el tiempo de cálculo y se solucionan a su vez algunos problemas de convergencia en ciertos rangos de temperatura y humedad, en los cuales por el cálculo normal, no se alcanzaba la convergencia, no encontrándose diferencias en los resultados obtenidos por ambas

formulaciones. Si bien para fines prácticos parece más conveniente utilizar el modelo simplificado, vale destacar, que no se puede afirmar que los resultados obtenidos a partir de este modelo, sean siempre válidos, ya que solo se cuenta con el ensayo expuesto, como único patrón de comparación.

8. Bibliografía

- [1] Baroghel-Bouny, V.; Mainguy, M.; Lassabetere, T.; Coussy, O.: Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials. *Cement and concrete Research* 29 (1999) 1225-1238.
- [2] Brunauer, S.; Emmett, P. H.; Teller, E.: Adsorption of gases in multimolecular layers. *Journal American chemical Society* 60 (1938) 309-319.
- [3] Cerný, R.; Rovnaníková, P.: Transport Processes in Concrete. (2002).
- [4] Grasberger, S.: Gekoppelte hygro-mechanische Materialmodellierung und numerische Simulation langzeitiger Degradation von Betonstrukturen. Dissertation, Lehrstuhl für Statik und Dynamik, Ruhr-Universität Bochum (2002).
- [5] Holm, A.: Ermittlung der Genauigkeit von instationären hygrothermischen Bauteilberechnungen mittels eines stochastischen Konzeptes. Dissertation, Stuttgart (2001).
- [6] Huckfeld, J.: Zur Thermomechanik hydratisierenden Betons, Dissertation. Bericht Nr. 93-77 aus dem Institut für Statik der TU Braunschweig (1993).
- [7] Hundt, J.: Wärme- und Feuchtigkeitsleitung im Beton unter Einwirkung eines Temperaturgefälles. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 256 (1975).
- [8] Hundt, J.: Zur Wärme- und Feuchtigkeitsleitung in Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 280* (1977), 22-41.
- [9] Jansen, K. E.; Whiting, C.H.; Hulbert, G.M.: A generalized- method for integrating the filtered Navier-Stokes equations with a stabilized finite element method. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 190 (2000) 305-319.
- [10] Kiessl, K.: Kapillarer und dampfförmiger Feuchtetransport in mehrschichtigen Bauteilen—'96 Rechnerische Erfassung und bauphysikalische Anwendung. Dissertation, Essen (1983).
- [11] Krischer, O.: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, (1963).
- [12] Krus, M.; Kiessl, K.: Ist der Diffusionswiderstand von Baustoffen wirklich feuchteabhängig? IBP-Mitteilung 208, 18. Neue Forschungsergebnisse, kurz gefasst. Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Holzkirchen, (1991).
- [13] Kuhl, D.: Modellierung und Simulation von Mehrfeldproblemen der Strukturmechanik. Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Heft 2005-9.
- [14] Kumaran, M.K.: Heat and moisture Transfer in Insulated Envelope Parts, Volume 3, Material Properties. (Leuven: International Energy Agency) (1996)

[15] Künzel, H. M.: Verfahren zur ein- und zweidimensionalen Berechnung des gekoppelten Wärme- und Feuchtetransports in Bauteilen mit einfachen Kennwerten. Dissertation, Stuttgart (1994).

[16] Oberbeck, N.: Instationärer Wärme-Feuchte-Schadstofftransport in Beton. Theorie und Berechnung. Bericht Nr. 95-79 aus dem Institut für Statik der TU Braunschweig (1995).

[17] Steffens, A.: Modellierung von Karbonatisierung und Chloridbindung zur Korrosionsgefährdung der Betonbewehrung. Bericht Nr. 2000-90 aus dem Institut für Statik der TU Braunschweig (2000).

[18] von Breugel, K.: Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials. Dissertation, TU Delft (1991).

[19] Wörmann, R.: Zur Erfassung hygrothermischer Einflüsse auf das nicht lineare Trag- und Schädigungsverhalten von Stahlbetonflächentragwerke. Dissertation, Wuppertal (2004).

Ruhr-Universität Bochum
Institute for Structural Mechanics
Universitätsstr. 150, IA 6/125
D-44780 Bochum
Germany
Tel.: +(49) 234 32-29051
Fax : +(49) 234 32-14149
guenther.meschke@sd.rub.de



Publique sus Artículos en Obras y Proyectos

Le invitamos a enviarnos sus resúmenes
Próxima edición Otoño 2007

Director

Mauro Poblete Freire

Comité Editorial

El comité editorial está formado por Ingenieros Civiles que desarrollan sus actividades, en Universidades de Alemania (Ruhr Universität Bochum), Inglaterra (Oxford University) y Chile (Universidad Católica de la Santísima Concepción)

Wagner Fleming
Pedro Tume
Mauricio Villagrán
Felipe Villalobos

Obras y Proyectos
Revista de Ingeniería Civil

